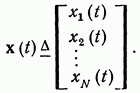
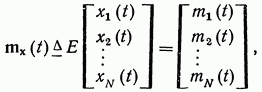
Векторные случайные процессы.

Во многих случаях, представляющих практический интерес, мы имеем дело сразу с несколькими случайными процессами. Например, в фазированных антенных решетках, используемых в радиолокационных системах, необходимо учитывать ЭДС каждого элемента. Аналогичные проблемы встречаются в решетках гидроакустических и сейсмических систем, где принятый сигнал содержит ряд компонент. В телеметрических системах одновременно передается несколько сообщений.

Во всех перечисленных случаях удобно иметь дело с одним векторным случайным процессом x(t) компоненты которого являются интересующими нас процессами. Если имеется N процессов, то x(t) определяется матрицей-столбцом



Размерность N может быть конечной или счетно-бесконечной. Кроме того, необходимо также знать взаимно ковариационные функции различных процессов. Функция средних значений есть вектор



а ковариационные функции могут быть описаны матрицей N x M, обозначаемой вектором Kx(t,u) элементы которой равны

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image3.gif

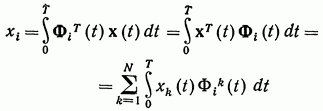
Нам необходимо получить разложение в ряд для векторного случайного процесса x(t) Существует несколько возможных представлений, но два из них являются наиболее эффективными. Первый метод заключается в использовании в качестве координатных функций ряда векторных функций при скалярных коэффициентах. Второй метод заключается в использовании в качестве координатных функций ряда скалярных функций при векторных коэффициентах.

**Метод 1. Векторные собственные функции, скалярные собственные значения**.

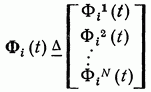
Пусть

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image4.gif

где



и



выбраны так, чтобы удовлетворялось уравнение

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image7.gif (248)

Заметим, что здесь собственные функции являются векторами, но собственные значения по-прежнему величины скалярные.

Уравнение (248) можно также записать в виде

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image8.gif

Скалярные свойства можно установить непосредственно. В частности,

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image9.gif

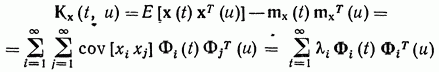
а координатные функции являются ортонормированными, т. е.

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image10.gif

или

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image11.gif

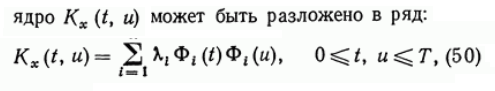
Матрица



или

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image13.gif

Это не что иное, как многомерный аналог (50).



Одно из свойств, которое делает данное разложение полезным, заключается в том, что коэффициент является скалярной величиной, а не вектором. Рассмотрим пример для более лучшего понимания.

Пусть

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image14.gif

где, а и x1(t), x2(t) независимые случайные величины с нулевыми средними, s1(t), s2(t) ортонормированные функции.

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image15.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image16.gif

Тогда

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image17.gif

Можно доказать, что существуют две векторные собственные функции

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image18.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image19.gif

Таким образом, мы видим, что в данном случае в записи коэффициентов можно достичь простоты, если увеличить число векторных собственных функций. Очевидно, это несущественно, когда имеется бесконечное число собственных функций.

Вторым методом представления можно воспользоваться, если ввести комплексные собственные значения.

**Метод 2. Матричные собственные значения, скалярные собственные функции.**

При использовании данного метода мы полагаем

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image20.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image21.gif

Требуется найти такую систему Лямбадаi что и Псиi

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image22.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image23.gif

Указанные требования приводят к уравнению

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image24.gif(265)

Для произвольных интервалов времени (265) не имеет решения, за исключением нескольких тривиальных случаев. Однако, если ограничиться рассмотрением стационарных процессов и больших интервалов времени, то можно получить некоторые асимптотические выражения.

Вводя

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image25.gif

и считая интервал большим, находим

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image26.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image27.gif

Как и прежде, для строгого рассмотрения случая бесконечного интервала времени необходимо пользоваться интегральным преобразованием

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image28.gif

и

http://sci.alnam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_det1/files.book&file=det1_36.files/image29.gif

Второй метод представления содержит значительный элемент интуитивного подхода в случае большого интервала времени, когда он только и справедлив, однако первый метод позволяет решать задачи более общего класса. Первый метод позволяет получить результаты для многомерных задач сравнительно просто. Эта простота объясняется тем, что в данном случае мы все еще имеем дело со скалярными статистически независимыми случайными величинами.